國立政治大學

108 學年度第二學期

微積分甲會考

作答注意事項

- 請先核對座位標示單及答案卷之姓名與學號正確無誤，如有錯誤，應於考試開始鈴響前舉手請監試人員處理。
- 測驗時間從下午 2:10 到 4:00，共計 110 分鐘。試卷加答案卷共 5 頁。
- 試卷包括選擇題與填充題，共有 20 個問題, 總計 100 分，占學期成績之 30 %。會考成績將作為微積分獎金給獎依據。
- 答題時請依題號作答，否則不予計分。
- This exam has 5 pages including the answer sheet. Look over your exam for discrepancies such as a missing page and make sure you have a complete exam package.
- Exam time is 2:10 pm–4:00 pm (Duration: 110 minutes).
- This exam includes multiple-choice questions and fill-in-the-blank questions. The total points of this exam are 100. This exam is worth 30% of your final grade and a scholarship will be awarded to students with excellent performance in this exam.
- Write each answer in the required space provided in the answer sheet. No point is earned when the answer is written in the wrong space.

國立政治大學 **108** 學年度第二學期 微積分甲會考 考試試題

NATIONAL CHENGCHI UNIVERSITY EXAMINATION FORM

考試科目 **Course**	微積分甲	開課單位	應用數學系	日期時間	**109** 年 **6** 月 **20** 日 **14:10** 至 **16:00**	試題編號 **No.**	

注意事項

- 試題包括選擇題與填充題，共有 **20** 個問題**,** 總計 **100** 分。
- 請在答案卷填入相關個人資料。答題時請依題號作答，否則不予計分。
- 務必作答於答案卷，請勿作答於試題卷上，否則不予計分。

單選題 **(multiple-choice questions)**（共 **15** 題，每題 **5** 分，合計 **75** 分，答錯不倒扣）

1. (5 pts) The slope of the tangent line at $\theta = \pi/2$ of the polar curve $r = 2 + \sin\theta$ equals
   (A) 0; (B) 1; (C) 2; (D) 3.

2. (5 pts) The arc-length of $y = x^2/4 - (\ln x)/2$ for x from 1 to 3 equals
   (A) 2; (B) $(\ln 3)/2$; (C) $2 - (\ln 3)/2$; (D) $2 + (\ln 3)/2$.

3. (5 pts) For which α is the interval of convergence of

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^\alpha}{n+1} x^n$$

   equal to $[-1, 1)$?
   (A) 1; (B) 1/2; (C) -1/2; (D) -1.

4. (5 pts) Which of the following statements is NOT true?
   (A) If $\{a_n\}$ is bounded, then $\{a_n/n\}$ is convergent.
   (B) If $\{a_n\}$ is convergent, then $\{a_n\}$ is bounded.
   (C) If $\{a_n\}$ is convergent, then $\{(-1)^n a_n\}$ is divergent.
   (D) If $\{a_n\}$ is convergent, then $\{s_n\}$ with $s_n = a_n - a_{n+1}$ is convergent.

5. (5 pts) The value of the partial derivative $\partial z/\partial x$ at $(0, 0)$ of

$$\arctan(2x - y + 2z) = 3xyz$$

   is
   (A) -2; (B) -1; (C) 1; (D) 2.

6. (5 pts) The limit

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x^3 y}{2x^6 + y^2}$$

   equals
   (A) 1; (B) -1; (C) 0; (D) does not exist.

命題老師： **(Teacher)**	**(**簽章**)** 年 月 日	試題隨卷繳交

國立政治大學 108 學年度第二學期 微積分甲會考 考試試題

NATIONAL CHENGCHI UNIVERSITY EXAMINATION FORM

考試科目 Course	微積分甲	開課單位	應用數學系	日期時間	109 年 6 月 20 日 14:10 至 16:00	試題編號 No.	

7. (5 pts) The arc-length of the *astroid*

$$x = a\cos^3(\theta), \qquad y = a\sin^3(\theta), \qquad (a > 0)$$

from $\theta = 0$ to $\theta = 2\pi$ is

(A) 3a; (B) 6a; (C) 12a; (D) 24a.

8. (5 pts) Which of the following series is NOT conditionally convergent?

(A) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos(n\pi)}{n}$; (B) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n}}$; (C) $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n n e^{-n}$; (D) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n\ln n}$.

9. (5 pts) Which of the following statements is NOT true?

(A) If $f(x,y)$ is differentiable at (a,b), then $f(x,y)$ is continuous at (a,b).

(B) If $f(x,y)$ is differentiable at (a,b), then $D_{\mathbf{u}}f(a,b) = \nabla f(a,b)\cdot\mathbf{u}$ for all unit vectors $\mathbf{u}$.

(C) If $f_x(a,b)$ and $f_y(a,b)$ both exist, then $f(x,y)$ is differentiable at (a,b).

(D) If $f_x(a,b)$ and $f_y(a,b)$ both exist and $f(x,y)$ has a local extrema at (a,b), then $\nabla f(a,b) = \mathbf{0}$.

10. (5 pts) A tangent vector to the line of intersection of $x^3 + 2xy + yz = 7$ and $3x^2 - yz = 1$ at $P = (1,2,1)$ is

(A) $\langle -4, 26, -25\rangle$; (B) $\langle 26, -4, -25\rangle$; (C) $\langle -4, -25, 26\rangle$; (D) $\langle -25, 26, -4\rangle$.

11. (5 pts) The area enclosed by the *three-leaved rose* $r = \cos(3\theta)$ with $-\pi/6 \le \theta \le \pi/6$ equals

(A) π; (B) $\pi/4$; (C) $\pi/8$; (D) $\pi/12$.

12. (5 pts) The number of points of intersections of the two polar curves $r = 2\cos\theta$ and $r = 1$ is

(A) 0; (B) 1; (C) 2; (D) 3.

13. (5 pts) The value of

$$\int_0^1 \int_{\sqrt{x}}^1 \sqrt{y^3+1}\,\mathrm{d}y\mathrm{d}x$$

is

(A) $\frac{2}{9}(2\sqrt{3}-1)$; (B) $\frac{2}{9}(2\sqrt{2}-1)$; (C) $\frac{9}{2}(2\sqrt{3}-1)$; (D) $\frac{9}{2}(2\sqrt{2}-1)$.

14. (5 pts) We have

$$\int_0^1 \sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n \frac{x^{6n}}{(2n)!}\mathrm{d}x = 0.a_1\cdots.$$

Then, $a_1 =$

(A) 3; (B) 5; (C) 7; (D) 9.

命題老師： (Teacher)	(簽章) 年 月 日	試題隨卷繳交

國立政治大學 108 學年度第二學期 微積分甲會考 考試試題

NATIONAL CHENGCHI UNIVERSITY EXAMINATION FORM

考試科目 Course	微積分甲	開課單位	應用數學系	日期時間	109 年 6 月 20 日 14:10 至 16:00	試題編號 No.	

15. (5 pts) Let $f(t) = \mathbf{u}(t) \cdot \mathbf{v}(t)$ with $\mathbf{u}(2) = \langle 1, 2, -1\rangle, \mathbf{u}'(2) = \langle 3, 0, 4\rangle$ and $\mathbf{v}(t) = \langle t, t^2, t^3\rangle$. Then, $f'(2) =$

(A) 15; (B) 25; (C) 35; (D) 45.

填充題 (fill-in-the-blank questions)（共 5 題，每題 5 分，合計 25 分，答錯不倒扣）

16. (5 pts) Let $D = \{(x, y) \,:\, x^2 + y^2 \le R^2\}$. Evaluate the integral

$$\iint_D \sqrt{R^2 - x^2 - y^2}\mathrm{d}A.$$

17. (5 pts) Consider the vector function

$$\mathbf{r}(t) = (\arctan t)\mathbf{i} + \left(\int_0^t e^{s^2}\mathrm{d}s\right)\mathbf{j} + \lim_{n\to\infty}\left(1 + \frac{t}{n}\right)^n \mathbf{k}.$$

Find $\mathbf{r}'(t)$.

18. (5 pts) Find the largest value M and smallest value m of $f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2$ on the set

$$D = \{(x, y, z) \,:\, x^4 + y^4 + z^4 \le 1.\}.$$

19. (5 pts) Find the directional derivative of $f(x, y, z) = xy + yz + xz$ at the point $(1, 1, 1)$ in direction of the vector $\mathbf{v} = 2\mathbf{i} + \mathbf{j} - \mathbf{k}$.

20. (5 pts) Let $f(x) = e^{x^2}$. Find $f^{(2020)}(0)$.

命題老師： (Teacher)	(簽章) 年 月 日	試題隨卷繳交

國立政治大學 108 學年度第二學期 微積分甲會考答案卷

任課教師		學生系級		成績	
學號		學生姓名			

單選題 (multiple-choice questions)（共 15 題，每題 5 分，合計 75 分，答錯不倒扣）

1.	2.	3.	4.	5.
6.	7.	8.	9.	10.
11.	12.	13.	14.	15.

填充題 (fill-in-the-blank questions)（共 5 題，每題 5 分，合計 25 分，答錯不倒扣）

16.	17.
18.	19.
20.	

備　　註	一、務必作答於答案卷，請勿作答於試題卷上，否則不予計分。 二、試題請隨答案卷繳回。