

考試科目 Course	實變函數論	開課系級 Dept. & Class	研究所	日期 Date, Period	101 年 9 月 24 日 上午 9:00~12:00	試題編號 Course No.	
----------------	-------	-----------------------	-----	--------------------	---------------------------------	--------------------	--

本試卷共有 6 個題目，

碩士班：請選 5 題作答，每題 20 分，請在答案卷最前面註明所選的 5 題，否則依學生作答之前 5 題計分。

博士班：6 題全做答，每題 17 分，超過 100 分則以 100 分計。

一. Show that a subset E of \mathbb{R}^n is Lebesgue measurable if and only if $\forall \varepsilon > 0, \exists$ an open set $G_\varepsilon \supset E \subseteq G_\varepsilon$ and $m_n(G_\varepsilon - E) < \varepsilon$, where m_n is the n -dimensional Lebesgue measure on \mathbb{R}^n .

二. Let $1 \leq p < \infty, f, f_n \in L^p(X, \mathcal{S}, \mu), n \geq 1$. If $f_n \rightarrow f$ a.e. on X and $\|f_n\|_p \rightarrow \|f\|_p$ as $n \rightarrow \infty$, then $\|f_n - f\|_p \rightarrow 0$ as $n \rightarrow \infty$.

三. Show that every compact metric space is separable.

四. Let V be a normed linear space. Show that the dual space V^* is a Banach space.

五. In $L^p(X, \mathcal{S}, \mu)$, does the Minkowski's inequality hold for all $0 < p \leq \infty$?

六. State and prove the Lebesgue Monotone Convergence Theorem.

本考試： 不需使用簡易計算機， 使用簡易計算機

← 請出題老師勾選，謝謝！

命題老師 (Teacher)	101 年 9 月 20 日 ature & date)	試題隨卷繳交
-------------------	---------------------------------	--------

命題紙使用說明：墨水正楷書寫或打字（紅色不能製版請勿使用）。

Remarks : For the convenience of reprinting please Write questions in black or blue-black (but no red) ink.