

考試科目 Course	實變函數論	開課系級 Dept. & Class	研究所	日期 Date, Period	100年3月7日 上午9:00~12:00	試題編號 Course No.	
----------------	-------	-----------------------	-----	--------------------	--------------------------	--------------------	--

本試卷共有 6 個題目，
 碩士班：請選 5 題作答，每題 20 分，請在答案卷最前面註明所選的 5 題，否則依學生作答之前 5 題計分。
 博士班：6 題全作答，每題 17 分，超過 100 分則以 100 分計。

1. Let K be a subset of a metric space. Show that K is compact if and only if K is complete and totally bounded.

2. Let $f \in L^\infty([0,1])$. Show that $f \in L^p([0,1])$ for all $p \geq 1$ and $\lim_{p \rightarrow \infty} \|f\|_p = \|f\|_\infty$.

3. Show that every signed measure on a measurable space has a unique Jordan decomposition.

4. Let $f: [a,b] \rightarrow \mathbb{R}$ be absolutely continuous. Show that f is of bounded variation on $[a,b]$.

5. State the following theorems: Radon-Nikodym theorem, Tonelli theorem, Fubini theorem, Arzela-Ascoli theorem.

6. Show that l^2 is a Hilbert space.

本考試： 不需使用簡易計算機， 使用簡易計算機

← 請出題老師勾選，謝謝！

命題老師：
(Teacher)

年 2 月 25 日

試題隨卷繳交

命題紙使用說明：試題將用原件印製，敬請使用黑色墨水正楷書寫或打字（紅色不能製版請勿使用）。

Remarks : For the convenience of reprinting please Write questions in black or blue-black (but no red) ink.