

考試科目 Course	數理統計	開課系級 Dept. & Class	研究所	日期 Date, Period	104 年 3 月 9 日 下午 1:00~4:00	試題編號 Course No.	
----------------	------	--------------------------	-----	-----------------------	-------------------------------	-----------------------	--

本試卷共有 6 個題目，

碩士班：請選 5 題作答，每題 20 分，請在答案卷最前面註明所選的 5 題，否則依學生作答之前 5 題計分。

博士班：6 題全作答，每題 17 分，超過 100 分則以 100 分計。

● 計算過程請列出，引用的定理也請敘述。

1. (1) Let Y have an exponential distribution with mean two, and let $X|Y$ have a Poisson distribution with mean Y . Find the marginal density of X .

(2) Let (X, Y) have joint density function $f(x, y) = \frac{1}{2y}$, $0 < y < 1$, $-y < x < y$. Find $V(X|Y = \frac{2}{3})$.

2. Let X_1, X_2, X_3 be iid, each with the distribution having density function $f(x) = e^{-x}$, $x > 0$. Let $Y_1 = \frac{X_1}{X_1 + X_2}$, $Y_2 = \frac{X_1 + X_2}{X_1 + X_2 + X_3}$, $Y_3 = X_1 + X_2 + X_3$.

(1) Find the joint density of (Y_1, Y_2, Y_3) .

(2) Find the marginal density functions of Y_1, Y_2 and Y_3 respectively.

3. Let (X, Y) have a trinomial distribution with parameters n , θ^2 and $2\theta(1-\theta)$.

(1) Find the lower bound for an unbiased estimator of θ .

本考試： 不需使用簡易計算機， 使用簡易計算機

←請出題老師勾選，謝謝！

命題老師：
(Teacher)

(簽章) 104 年 3 月 4 日
(Signature & date)

試題隨卷繳交

命題紙使用說明：試題將用原件印製，敬請使用黑色墨水正楷書寫或打字（紅色不能製版請勿使用）。

Remarks : For the convenience of reprinting please Write questions in black or blue-black (but no red) ink.

考試科目 Course	數理統計	開課系級 Dept. & Class	研究所	日期 Date, Period	104 年 3 月 9 日 下午 1:00~4:00	試題編號 Course No.
----------------	------	--------------------------	-----	-----------------------	-------------------------------	-----------------------

本試卷共有 6 個題目，

碩士班：請選 5 題作答，每題 20 分，請在答案卷最前面註明所選的 5 題，否則依學生作答之前 5 題計分。

博士班：6 題全作答，每題 17 分，超過 100 分則以 100 分計。

(2) Find the best unbiased estimator of θ .

4. State and prove the Rao-Blackwell theorem.

5. (1) Let X_1, \dots, X_n be independent, with $X_i \sim B(1, \theta)$. Find a UMP size-0.05 test that $\theta = 0.4$ against $\theta > 0.4$ when $n=15$.

(2) Let X_1, \dots, X_n be independent, with $X_i \sim N(\mu, 1)$. Find the size- α LRT for testing that $\mu = a$ against $\mu \neq a$.

6. (1) Let $X = (X_1, \dots, X_6) \sim M_6(n, (p_1, \dots, p_6))$. Let $U = X_1 + X_2$, $V = X_3 + X_4 + X_5$, and $W = X_6$. What is the conditional distribution of U given V ?

(2) Suppose $X_n \xrightarrow{P} a$ and $g(x)$ is continuous at a . Show that $g(X_n) \xrightarrow{P} g(a)$.

本考試： 不需使用簡易計算機， 使用簡易計算機

←請出題老師勾選，謝謝！

命題老師：
(Teacher)

(簽章) 104 年 3 月 4 日
(Signature & date)

試題隨卷繳交

命題紙使用說明：試題將用原件印製，敬請使用黑色墨水正楷書寫或打字（紅色不能製版請勿使用）。

Remarks: For the convenience of reprinting please Write questions in black or blue-black (but no red) ink.